



**Colle du 09/11 - Sujet 1**  
**Calcul algébrique et équations complexes**

**Question de cours.** Énoncer et démontrer la valeur de la somme des premiers carrés.

**Exercice 1.** Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ , calculer  $\sum_{1 \leq i < j \leq n} (n-i)(n-j)$ .

**Exercice 2.** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $27(z-1)^6 + (z+1)^6 = 0$ .



**Colle du 09/11 - Sujet 2**  
**Calcul algébrique et équations complexes**

**Question de cours.** Énoncer et démontrer la formule de Newton.

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $\left(\frac{3z+i}{z-i}\right)^2 + \left(\frac{3z+i}{z-i}\right) + 1 = 0$ .

**Exercice 2.** Soit  $n \in \mathbb{N}$ , calculer  $\sum_{k=0}^n \binom{2n}{k} \binom{2n-k}{n-k}$ .



**Colle du 09/11 - Sujet 3**  
**Calcul algébrique et équations complexes**

**Question de cours.** Énoncer et démontrer l'ensemble des racines  $n$ -ièmes de l'unité.

**Exercice 1.** Résoudre l'équation  $iz^{2n} + (1+i)z^n + 1 = 0$  d'inconnu  $z \in \mathbb{C}$ .

**Exercice 2.** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . Calculer  $S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n+1-k}\right)$ .